SCIENCES-PHYSIQUES

SESSION 2011

COMPOSITION DE PHYSIQUE

L.H.C.

Si au cours de l'épreuve, le candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

La plus grande importance sera donnée à la qualité de la rédaction et de la présentation des résultats obtenus. Il est rappelé en particulier qu'une application numérique doit comporter un nombre de chiffres significatifs adapté et une unité.

Pour percer les secrets de la matière à l'échelle subatomique, les physiciens construisent depuis plus de cinquante ans, des collisionneurs de particules de plus en plus puissants. Le dernier né de cette famille est le Grand Collisionneur de Hadrons : le LHC pour « Large Hadron Collider », construit par le laboratoire européen de physique des particules, le CERN, situé près de Genève.

FIG. .1 – Photo 1 : Vue aérienne du site du CERN. Le grand cercle représente la position du tunnel du LHC. Image issue du site CERN Document Serveur. ©CERN.

Deux faisceaux de protons parcourent, en sens inverse et dans des tubes différents, un tunnel circulaire de 26,6 km de circonférence et se percutent violemment en des points de croisements où sont placés de gigantesques détecteurs. L'énergie libérée lors de la collision se matérialise en particules, dont l'analyse (comptage, identification, mesure de l'énergie, de l'impulsion...) permettra de tester les théories actuelles sur le monde des particules élémentaires. En particulier, les physiciens de LHC cherchent à mettre en évidence une particule dont l'existence est prédite depuis plus de trente ans : le boson de Higgs.

La réalisation de ce projet gigantesque a demandé des prouesses technologiques importantes :

- ✗ des bobines supraconductrices créent un champ magnétique très important pour courber la trajectoire des protons,
- ✗ un vide très poussé dans les tubes évite aux protons des chocs parasites,
- ✗ des cavités accélératrices supraconductrices poussent les protons jusqu'à une énergie de 7 TeV,
- ✗ l'analyse des données a nécessité un développement important dans le domaine de l'électronique de traitement.

Ce problème comporte trois parties totalement indépendantes. Une première partie aborde différents points fondamentaux de l'accélérateur. La seconde partie est consacrée à l'étude de la cryogénie au LHC. Enfin, la troisième partie étudie les cavités accélératrices.

Données numériques

Masse du proton	$m_p = 1,67.10^{-27}$ kg
Masse de l'électron	$m_e = 9,11.10^{-31}$ kg
Charge électrique élémentaire	$e = 1,60.10^{-19}$ C
Célérité de la lumière dans le vide	$c = 3,00.10^{8}$ m.s^{-1}
Perméabilité magnétique du vide	$\mu_0 = 1,26.10^{-6}$ kg.m.A^{-2}.s^{-2}
Permittivité diélectrique du vide	$\varepsilon_0 = 8,85.10^{-12}$ kg^{-1}.m^{-3}.A^{2}.s^{4}
Constante des gaz parfaits	$R = 8,31$ J.K^{-1}.mol^{-1}

Unités

Energie	$1,00$ eV $= 1,60.10^{-19}$ J
	$1,00$ MeV $= 1,00.10^{6}$ eV
	$1,00$ GeV $= 1,00.10^{9}$ eV
	$1,00$ TeV $= 1,00.10^{12}$ eV

Dans tout le problème, « exprimer » signifie donner l'expression littérale et « calculer » signifie donner la valeur numérique.

Les résultats numériques seront donnés avec 3 chiffres significatifs.

On note v la vitesse d'un proton ; on définit les coefficients sans dimension β et γ :

$$\beta = \frac{v}{c} \qquad\qquad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

I Etude générale du LHC

Les différentes sous-parties I - A, I - B, I - C, I - D, I - E et I - F sont totalement indépendantes.

I - A Les objectifs du LHC

A l'heure actuelle, notre compréhension de l'Univers est très incomplète, cependant, le modèle standard des particules et des forces propose une description précise de la physique des particules. Ce modèle prédictif n'a pour l'heure jamais été mis en défaut, il ne donne cependant pas de réponse à de nombreuses questions. Les expériences du LHC pourront peut-être nous éclairer.

◦ **1** ◦ Boson de Higgs

Un des premiers objectifs du LHC est de découvrir une particule associée au champ de Higgs : le boson. L'interaction des autres particules avec ce champ serait alors à l'origine de leur masse. Plus l'interaction est importante avec le champ, plus la particule est massive. Ce mécanisme pourrait expliquer les grosses différences de masse observées entre particules fondamentales.

1 - a) On appelle particule élémentaire tout constituant fondamental ne résultant pas de l'interaction d'autres particules plus petites. Donner le nom d'une particule élémentaire dont la masse est considérée comme nulle dans l'état actuel des connaissances.

1 - b) Donner également le nom de deux particules élémentaires de masse non nulle.

◦ **2** ◦ Unification des interactions

En 1967, Weinberg et Salam parviennent à unifier en une seule théorie l'interaction électromagnétique et l'interaction nucléaire faible : c'est la théorie électro-faible qui leur vaudra le prix Nobel en 1979, conjointement avec Glashow.

Citer les quatre interactions fondamentales.

La supersymétrie est une théorie qui pourrait faciliter l'unification des interactions fondamentales. Le LHC va traquer des particules supersymétriques.

◦ **3** ◦ Masse manquante et antimatière

Les observations cosmologiques ont montré que l'ensemble de la matière visible ne constitue que 4 % de la masse de l'Univers. Le LHC est à la recherche de particules responsables de la matière noire et de l'énergie sombre.

On cherche également à comprendre le déséquilibre de l'Univers entre matière et anti-matière.

3 - a) L'électron a-t-il une antiparticule ?

3 - b) Si oui, quelles sont sa charge et sa date approximative de découverte.

I - B Energie et vitesse d'une particule

Dans toute cette partie, aucune connaissance en relativité restreinte n'est exigible.

Les accélérateurs sont construits dans le but d'étudier des phénomènes, souvent rares, dont la probabilité varie avec l'énergie de collision. C'est pourquoi les paramètres les plus importants sont l'énergie du faisceau et le nombre de collisions.

On note E l'énergie relativiste d'un proton, v sa vitesse et m_p sa masse.

Sur la figure I.1, on a représenté, en trait plein $\dfrac{E}{m_p c^2}$ en fonction du rapport $\dfrac{v}{c}$.

On note E_0, l'énergie d'un proton au repos, également appelée énergie de masse.

Soit $E_{\text{class}} = E_0 + \frac{1}{2} m_p v^2$ que l'on nommera l'énergie classique de la particule. Sur le même graphe, est représentée en pointillés, $\dfrac{E_{\text{class}}}{m_p c^2}$.

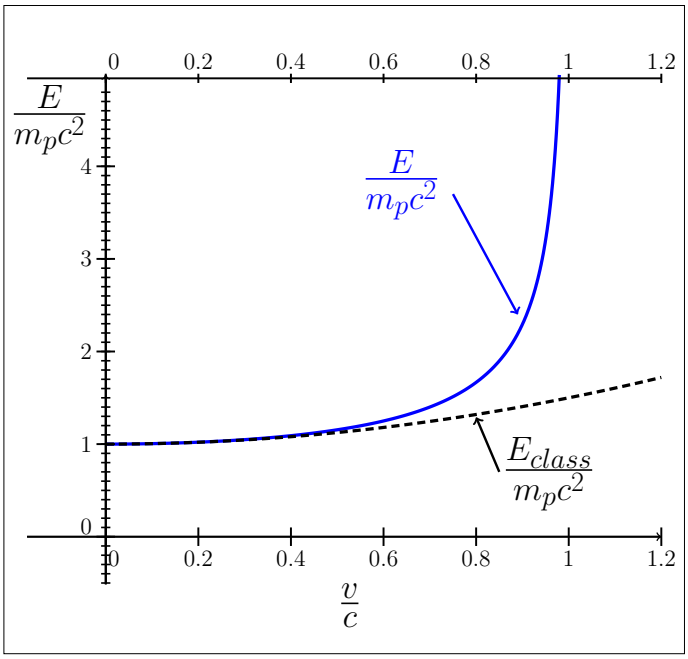

FIG. I.1 – $\dfrac{E}{m_p c^2}$ (trait plein) et $\dfrac{E_{\text{class}}}{m_p c^2}$ (pointillés) en fonction du rapport $\dfrac{v}{c}$.

◦ **4** ◦ Particule au repos

4 - a) A l'aide du graphe de la figure I.1, donner l'expression de E_0 en fonction de m_p et c^2. Quel est le nom de cette relation ? De quand date-t-elle ?

4 - b) Calculer en eV, l'énergie de masse d'un proton.

4 - c) Justifier alors que la masse du proton $m_p = 1,67.10^{-27}$ kg puisse également s'écrire $m_p = 939$ MeV.c^{-2}.

◦ **5** ◦ En vous aidant du graphe de la figure I.1, justifier pourquoi il est impossible d'accélérer le proton jusqu'à la vitesse de la lumière.

◦ **6** ◦ Donner l'intervalle de vitesse dans lequel le rapport $\dfrac{E - E_{\text{class}}}{E}$ est approximativement inférieur à 10 %. Dans cet intervalle, on réalise l'approximation classique.

◦ **7** ◦ L'expression relativiste de l'énergie d'une particule est :

$$E = \gamma\, m_p c^2 \qquad \text{avec } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

7 - a) Montrer que lorsque $v \ll c$ alors $E \simeq E_{\text{class}}$.

7 - b) Calculer en MeV les énergies du proton :

✗ $E_{\text{injection}}$, à l'injection dans le LHC, pour $v_{\text{injection}} = 0,999997828c$

✗ et $E_{\max}$ pour la vitesse maximale $v_{\max} = 0,999999991c$.

7 - c) Expliquer alors pourquoi, en physique des particules, on se réfère généralement à l'énergie de la particule et non à sa vitesse.

I - C Nombre de collisions

◦ **8** ◦ Au LHC, deux tubes circulaires différents contiennent des protons tournant dans des sens opposés. A l'intérieur de chacun des tubes, les protons se propagent en groupes ; ces groupes portent le nom de paquets. Dans chaque tube, on compte approximativement $N_p = 2810$ paquets répartis sur toute la circonférence D du LHC. Chaque paquet contient environ $N = 10^{11}$ protons.

Pour les applications numériques la vitesse des protons sera prise égale à c et D égale à $26,6$ km. On se place dans la suite dans un référentiel lié au sol.

8 - a) En supposant les paquets régulièrement espacés, exprimer puis calculer la distance moyenne d_{moy} séparant deux paquets d'un même tube.

8 - b) Exprimer alors puis calculer la durée moyenne Δt_{moy} séparant le passage de deux paquets d'un même tube pour un observateur du LHC.

8 - c) L'accélérateur est réglé de manière à ce que les paquets issus de chacun des tubes se rencontrent toujours au même point appelé point de collision. Calculer la fréquence f des collisions observées en ce point.

Il existe au LHC plusieurs points de collision.

◦ **9** ◦ L'encadré ci-dessous correspond à un exercice donné à une classe de terminale de lycée. Proposer une correction succincte de celui-ci.

Au bowling, Pierre lance en ligne droite, « sans effet », une boule de rayon R sur une quille cylindrique de rayon r. On a $R = 10,8$ cm , $r = 6,00$ cm et $D_0 = 1,05$ m.
On note d la distance entre le centre de la quille et celui de la boule (voir figure I.2).

a) Quelle est la trajectoire de la boule.

b) Indiquer la valeur maximale de d pour que Pierre atteigne la cible.

c) La quille est posée sur la piste de largeur D_0. On suppose que la surface de contact entre la quille et le sol est entièrement contenue sur la piste. Si Pierre ne sait pas où se trouve la quille, combien doit-il effectuer de jets au minimum pour être sûr de l'atteindre ?

d) En déduire la probabilité de toucher la quille pour un jet quelconque.

e) Ce résultat serait-il modifié si la quille avait un mouvement rectiligne parallèle à celui de la boule mais de sens opposé (figure I.3) ?

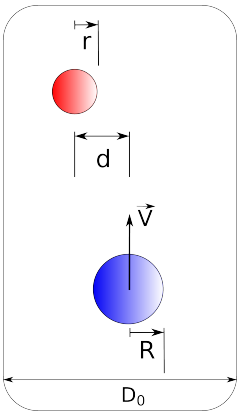

FIG. I.2 – La quille est fixe, la bille est en mouvement.

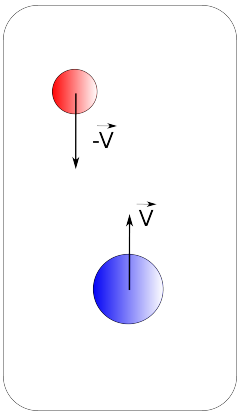

FIG. I.3 – La quille et la bille sont mobiles.

◦ **10** ◦ En s'inspirant de l'exercice de la question 9, nous allons proposer un modèle permettant d'évaluer la probabilité qu'a un proton d'entrer en collision avec un autre proton venant en sens inverse. On gardera à l'esprit les données suivantes :

✗ le diamètre du faisceau, supposé cylindrique, au moment de la collision est : $D_1 = 16,0$ μm.

✗ le proton est considéré comme une sphère de rayon $R_1 = 0,875.10^{-15}$ m.

✗ chaque paquet contient environ $N = 10^{11}$ protons.

10 - a) Montrer qu'un proton entre en collision avec un proton venant en sens inverse si son centre de gravité se trouve dans un cylindre de rayon $2R_1$ centré sur le premier proton.

10 - b) En déduire que la probabilité p qu'a un proton d'entrer en collision avec un proton venant en sens inverse est $p = \left(\frac{4R_1}{D_1}\right)^2$.

10 - c) En déduire le nombre N_{coll} de collisions lorsque deux paquets se croisent.

Vous indiquerez les hypothèses que vous êtes amené à choisir et exprimerez N_{coll} en fonction de N et p.

10 - d) En déduire le nombre de collisions par seconde $N_{c/s}$ en un point de collision. Calculer cette grandeur.

10 - e) Ce calcul surévalue le nombre de collisions car le LHC génère environ 600 millions de collisions par seconde. Commenter.

I - D Energie électrique au LHC

◦ **11** ◦ On considère les composants électriques suivants :

✗ ampoule électrique à économie d'énergie (ampoule fluo compacte)

✗ lave-linge

✗ téléphone portable.

Indiquer si ils sont alimentés par un courant continu ou alternatif, donner l'ordre de grandeur de la puissance électrique qu'ils consomment, de la tension à leurs bornes (donner la tension efficace en régime alternatif).

Vous présenterez vos réponses sous la forme d'un tableau.

◦ **12** ◦ Le fonctionnement du LHC est discontinu, cependant on estime qu'il fonctionne l'équivalent de 270 jours par an, 24 heures sur 24 en consommant la puissance moyenne de 120 MW.

12 - a) Donner alors l'énergie qu'il consomme annuellement en kilowattheures puis en joules.

12 - b) Justifier que cela correspond à peu près à l'énergie annuelle consommée par les ménages du canton de Genève.

Données :

✗ canton de Genève : 430000 habitants

✗ consommation moyenne annuelle par habitant : 2 MWh.

◦ **13** ◦ Lors du fonctionnement nominal du LHC, on dispose, dans chaque faisceau, d'environ $N_1 = 2,81.10^{14}$ protons ayant chacun une énergie de $E_1 = 7,00$ TeV.

13 - a) Calculer en joule l'énergie de chaque faisceau.

13 - b) Comparer à l'énergie cinétique d'un TGV (Train à Grande Vitesse) de 400 tonnes lancé à 140 km.h^{-1}.

I - E Nombre d'informations à traiter

◦ **14** ◦ On cherche à connaître le débit de données issues des quatre expériences du LHC. Ce débit s'exprime en octet par seconde : o/s. Voici un texte issu d'un journal scientifique : « Le flux de données provenant des quatre expériences du LHC pendant les 270 jours de fonctionnement annuel, représente l'équivalent d'une pile de CD-ROM haute de 20 km ».

14 - a) Pourquoi l'expression « quantité de données » serait-elle plus correcte que « flux de données » ?

14 - b) Evaluer et calculer le débit de données D_{LHC} généré au LHC en utilisant les données suivantes :

✗ la hauteur d'une pile de 100 CD-ROM : 12 cm.

✗ La capacité de stockage d'un CD-ROM : 700.10^6 octets.

I - F Rayonnement synchrotron

Lorsqu'une particule est accélérée, elle émet un rayonnement électromagnétique que l'on nomme rayonnement synchrotron. Ce rayonnement a de nombreuses applications en physique ou même en médecine. Dans le cas d'un accélérateur, cette énergie perdue par rayonnement doit être compensée.

Dans le cas du LEP, accélérateur d'électrons, ancêtre du LHC, cette perte d'énergie constituait une limite au développement de l'accélérateur. En est-il de même avec le LHC ? Cette partie se propose de répondre à cette question.

◦ **15** ◦

15 - a) Justifier que le vecteur accélération du mouvement circulaire uniforme de la particule est non nul.

15 - b) Donner sans calcul, dans le cadre de la mécanique classique, la norme de l'accélération en fonction de la vitesse v et du rayon de courbure r dans la cas d'un mouvement circulaire uniforme.

15 - c) L'accélération est-elle centrifuge ou centripète ?

◦ **16** ◦ La puissance rayonnée dépend de la charge e de la particule, du rayon de courbure r de la trajectoire et des constantes c et ε_0. On supposera que la puissance rayonnée par une particule en mouvement circulaire est de la forme

$$P = K\ e^a\ c^b\ \varepsilon_0^f\ r^g$$

où K est sans dimension.

16 - a) Par analyse dimensionnelle, exprimer a, b, f et g.

16 - b) K dépend de la vitesse de la particule, on admet que

$$K = \frac{\gamma^4\ \beta^4}{6\pi}$$

En notant m la masse de la particule, $E = \gamma\ mc^2$ l'énergie de la particule, montrer que, pour v proche de c, la puissance rayonnée par la particule s'écrit

$$P \simeq \frac{e^2 c}{6\pi\varepsilon_0 r^2}\left(\frac{E}{mc^2}\right)^4$$

16 - c) Calculer P_{LHC}, la puissance rayonnée par un proton dans le LHC pour $E_{\text{LHC}} = 7,00$ TeV et $r_{\text{LHC}} = 2,78$ km. Vous exprimerez cette puissance en MeV.s^{-1}.

16 - d) Comparer à P_{LEP}, la puissance rayonnée par un électron du LEP d'énergie $E_{\text{LEP}} = 108$ GeV, le LEP a un rayon de courbure légèrement différent : $r_{\text{LEP}} = 3,10$ km.

◦ **17** ◦ On s'intéresse dans la suite aux particules contenues dans un seul tube. On note N_1 le nombre total de particules contenues dans ce tube et T_r la période de rotation de ces particules.

17 - a) Exprimer l'intensité moyenne du courant total I que l'on observe dans le tube en fonction de N_1, T_r et e.

17 - b) Montrer alors que la puissance totale rayonnée P_t par l'ensemble des particules d'un tube s'écrit

$$P_t = \frac{I\ P\ D}{ec}$$

où $D = 26,6$ km est la circonférence du cercle parcouru par les particules de charge e dans le LHC et le LEP.

17 - c) Calculer $P_{t_{\text{LHC}}}$ dans le cas du LHC avec $I_{\text{LHC}} = 1,06$ A, puis $P_{t_{\text{LEP}}}$ pour le LEP avec $I_{\text{LEP}} = 6,00$ mA.

17 - d) Expliquer alors pour quelle raison, le rayonnement synchrotron est une limitation expérimentale pour un accélérateur d'électrons mais pas pour un accélérateur de protons.

II Cryogénie

Le choix a été fait au LHC de placer un grand nombre d'appareils à la température extrêmement basse de 1,9 K. Cette température a été choisie pour deux raisons principales :

- ✗ l'alliage de Niobium-Titane devient supraconducteur à cette température,
- ✗ l'hélium utilisé pour le refroidissement est superfluide : sa viscosité est quasi-nulle et sa capacité thermique très importante.

II - A Basses températures

Dans cette introduction, on présente certains effets des basses températures puis quelques notions de supraconductivité.

◦ **18** ◦ Expérience qualitative

On réalise devant une classe de collège, le montage électrique schématisé sur les figures II.1 et II.2. Une pile électrique alimente une lampe. Le fil de connexion reliant la pile à la lampe est en cuivre et a été bobiné de manière à en augmenter sa longueur.

Dans la première expérience (figure II.1) , le fil est placé dans l'air, la lampe brille de manière modérée.

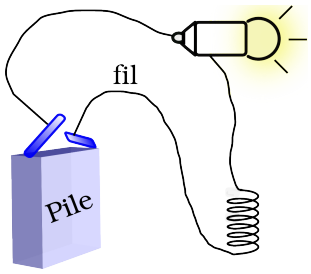

FIG. II.1 – La lampe brille peu.

Dans la seconde expérience (figure II.2), le fil est plongé dans de l'azote liquide, la lampe brille beaucoup plus.

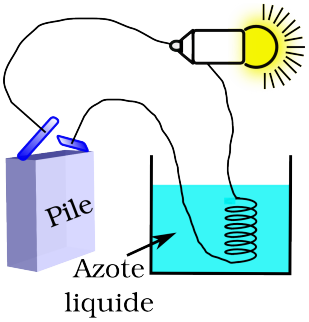

FIG. II.2 – La lampe brille davantage.

18 - a) Indiquer quel est le paramètre physique qui évolue lors de cette expérience. Interpréter qualitativement cette expérience et proposer une explication microscopique.

18 - b) Des élèves de collèges pourraient-ils réaliser cette expérience en toute sécurité ?

◦ **19** ◦ Températures

19 - a) Définir la température Celsius en fonction de la température thermodynamique exprimée en kelvin.

19 - b) Proposer une méthode expérimentale simple permettant de mesurer la capacité thermique massique d'un liquide.

19 - c) Pourquoi est-il important que l'hélium, utilisé comme fluide de refroidissement au LHC, ait une grande capacité thermique massique et une viscosité quasi-nulle ?

◦ **20** ◦ Supraconductivité

20 - a) En quelle année a été découvert le phénomène de supraconductivité ? Quel matériau présentait alors cette propriété ?

20 - b) Lorsqu'un matériau devient supraconducteur, on dit qu'il subit une transition de phase. Donner un exemple de transition de phase, différent de celui évoqué à la question suivante (20 - c).

20 - c) La transition de phase entre un matériau ferromagnétique et paramagnétique se fait à la température T_c. Cette découverte est attribuée à Pierre Curie. Indiquer l'année approximative de cette découverte.

Quels autres travaux peut-on associer à ce nom de famille ?

20 - d) Quel est l'inconvénient principal des supraconducteurs actuels pour une utilisation dans la vie de tous les jours ?

Le LHC constitue le plus grand système cryogénique du monde et l'un des endroits les plus froids de la Terre. Le refroidissement se déroule en plusieurs phases :

✗ refroidissement de l'hélium gazeux jusqu'à 80 K à l'aide d'échangeurs,
✗ refroidissement jusqu'à $4,2$ K par les turbines de réfrigérateurs : l'hélium devient liquide,
✗ remplissage des aimants par l'hélium,
✗ refroidissement final à $1,9$ K.

II - B Principe d'un système de refroidissement

◦ **21** ◦ Caractéristique d'un cycle ditherme réversible

On considère un fluide décrivant un cycle ditherme réversible entre une source chaude de température T_c et une source froide de température T_f. On note Q_c (respectivement Q_f) le transfert thermique reçu par le fluide, pendant un cycle, de la part de la source chaude (respectivement froide). Cette machine est un réfrigérateur réversible, la source chaude est l'extérieur du réfrigérateur, la source froide est l'intérieur du réfrigérateur.

21 - a) Justifier que $Q_c < 0$ et que $Q_f > 0$.

21 - b) Donner la définition de l'efficacité η d'un réfrigérateur, l'exprimer en fonction de Q_c et Q_f.

21 - c) Etablir que pour le réfrigérateur réversible, $\eta = \frac{T_f}{T_c - T_f}$.

21 - d) Calculer η pour $T_c = 297$ K et $T_f = 277$ K.

◦ **22** ◦ Régime permanent

En régime permanent, la température de la source froide reste constante, le fluide reçoit la puissance mécanique moyenne $\mathcal{P}_1$ de 100 W.

22 - a) Calculer le transfert thermique moyen Q_{f1} reçu par la source froide de la part du fluide effectuant le cycle, pendant une durée de un jour (notée Δt_1).

22 - b) L'isolation de la source froide est imparfaite, elle reçoit de la part de l'extérieur une puissance thermique $\mathcal{P}_{\text{perte}}$. Calculer $\mathcal{P}_{\text{perte}}$.

◦ **23** ◦ Dans les mêmes conditions qu'à la question précédente, on place un volume $V = 1,00$ L d'eau initialement à température $T_0 = 297$ K, dans le réfrigérateur réversible. On suppose que la masse d'eau ajoutée est suffisamment petite pour considérer que la source froide garde une température constante T_f. On constate que lors du refroidissement du volume V d'eau, la puissance mécanique moyenne reçue par le fluide vaut $\mathcal{P}_2 = 103$ W. Exprimer, puis calculer la durée nécessaire Δt_{eau} pour que le volume V atteigne la température T_f.

On donne :

✗ capacité thermique massique de l'eau : $c_{\text{eau}} = 4,18$ kJ.kg^{-1}.K^{-1}
✗ masse volumique de l'eau : $\rho_{\text{eau}} = 1,00.10^3$ kg.m^{-3}

II - C Etude d'un réfrigérateur réel

Le schéma de la figure II.3 décrit le fonctionnement d'une machine réelle. Elle comprend principalement quatre éléments : un compresseur, un condenseur, un détendeur et un évaporateur.

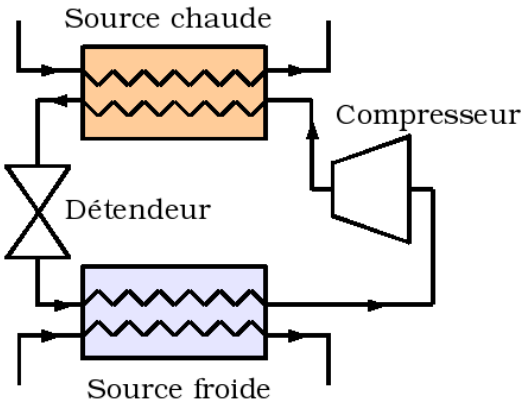

FIG. II.3 – Description du cycle

Données sur l'ammoniac :

Soit $\gamma_c = \dfrac{c_p}{c_v} = 1,31$, le rapport des capacités thermiques massiques à pression et à volume constants.

Masse molaire : $M = 17,0$ g.mol^{-1}

Enthalpie massique de vaporisation à $T_1 = 263$ K (ou chaleur latente massique de vaporisation) :

$$\Delta h_{vap}(T_1) = 1300 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

Le fluide frigorigène utilisé est l'ammoniac (R 717). Il est considéré comme un gaz parfait à l'état gazeux.

Le fluide sort de l'évaporateur sous forme de vapeur juste saturante à l'état 1 :
pression $P_1 = 2,9$ bars, température $T_1 = 263$ K.

Il subit dans le compresseur, une compression qui l'amène à l'état 2.

La vapeur subit dans le condenseur une transformation à pression constante : refroidissement jusqu'à la température de l'état $3a$, notée T_{3a}, puis liquéfaction totale (état 3).

Le liquide passe dans le détendeur et y subit une détente isenthalpique qui le ramène à la pression initiale $P_4 = P_1 = 2,9$ bars et à la température T_4 (état 4).

La vaporisation du liquide restant se termine dans l'évaporateur pour un retour à l'état 1.

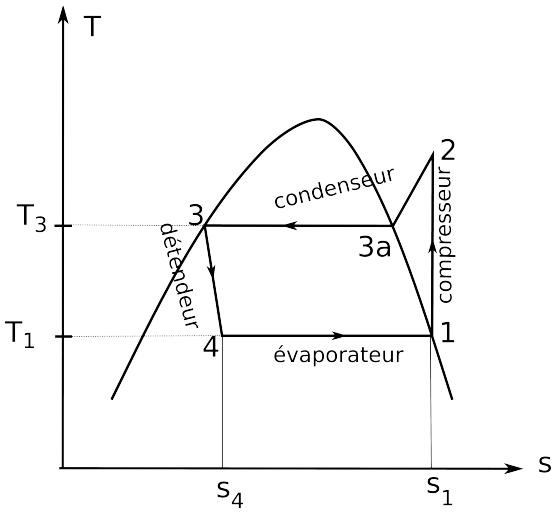

FIG. II.4 – Allure du diagramme entropique du R 717, l'entropie massique est placée en abscisse et la température en ordonnée. On a représenté la courbe d'équilibre liquide-vapeur et les étapes du cycle.

Etat	1	2	$3a$	3	4
T en K	$T_1 = 263$	T_2	T_{3a}	T_3	T_4
P en bar	$P_1 = 2,9$	$P_2 = 10$	$P_{3a} = 10$	$P_3 = 10$	$P_4 = 2,9$
x	x_1	x_2	x_{3a}	x_3	x_4
s (kJ.K^{-1}.kg^{-1})	$s_1 = 5,76$	$s_2 = 5,76$	$-$	$s_3 = 1,42$	$s_4 = 1,45$
h (kJ.kg^{-1})	$h_1 = 1450$	$h_2 = 1620$	$h_{3a} = 1520$	$h_3 = 318$	$h_4 = 318$

TAB. 1 – Données thermodynamiques du cycle, s et h représentent respectivement l'entropie massique et l'enthalpie massique du fluide.

∘ **24** ∘ Représenter l'allure de ce cycle dans le diagramme de Clapeyron : (P, v) où l'on porte le volume massique v en abscisse et la pression P en ordonnée.

∘ **25** ∘ On note x la fraction massique de la vapeur, c'est-à-dire pour un système diphasé liquide/vapeur :

$$x = \frac{\text{masse de vapeur}}{\text{masse de liquide + masse de vapeur}}$$

Donner les valeurs numériques de la fraction massique de la vapeur :

25 - a) x_1, dans l'état 1.

25 - b) x_{3a}, dans l'état $3a$.

25 - c) x_3, dans l'état 3.

∘ **26** ∘ Calcul de T_2

26 - a) Quelle est la variation d'entropie massique entre 1 et 2 ?

26 - b) En déduire l'expression de T_2 en fonction de T_1, P_1, P_2 et γ_c.

26 - c) Calculer T_2.

∘ **27** ∘ Calcul de T_{3a}

27 - a) Exprimer la capacité thermique massique à pression constante c_p de l'ammoniac en phase vapeur en fonction de γ_c, R et la masse molaire M de l'ammoniac.

27 - b) Exprimer T_{3a} en fonction de la variation d'enthalpie massique entre les états 2 et $3a$, de T_2, M, R et γ_c.

27 - c) Calculer T_{3a}. Pourquoi T_{3a} est-elle égale à T_3 ?

◦ **28** ◦ Calcul de x_4

28 - a) Exprimer et calculer x_4 en fonction de h_4, h_1 et $\Delta h_{vap}(T_1)$.

28 - b) Retrouver le résultat en exprimant x_4 en fonction de s_4, s_1, T_1 et $\Delta h_{vap}(T_1)$.

◦ **29** ◦ Grandeur utile massique

29 - a) A quel niveau du cycle la « grandeur utile massique » est-elle échangée ?

29 - b) L'exprimer en fonction des enthalpies données dans le tableau.

29 - c) Calculer cette grandeur.

◦ **30** ◦ Exprimer puis calculer le travail massique de compression en supposant la transformation adiabatique et réversible.

◦ **31** ◦ Efficacité

31 - a) En déduire numériquement l'efficacité η_r de cette machine frigorifique.

31 - b) Calculer l'efficacité η_c d'une machine frigorifique réversible fonctionnant avec une source chaude de température T_3 et une source froide de température T_1.

31 - c) Commenter.

III Cavités accélératrices

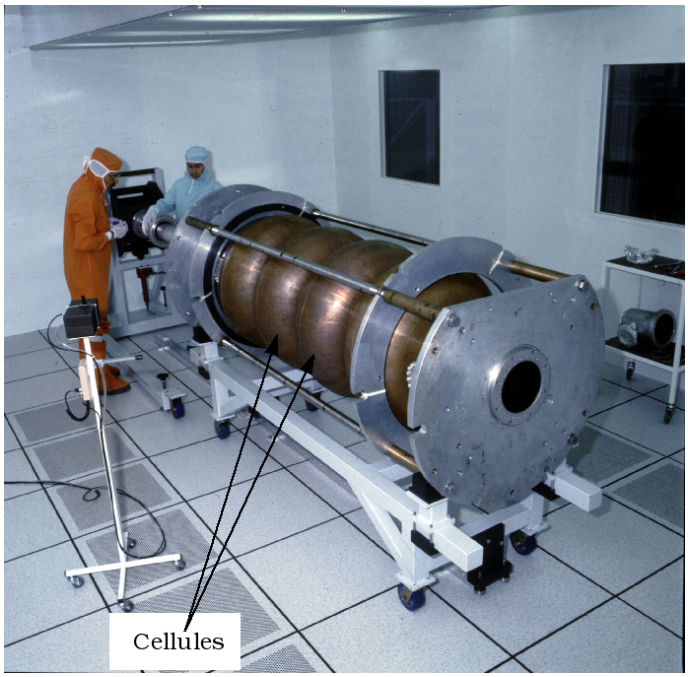

FIG. III.1 – Photo 2 : Pulvérisation de Niobium dans une cavité supraconductrice. Image issue du site CERN Document Serveur. ©CERN.

III - A Accélérateur d'électrons de Van de Graaff

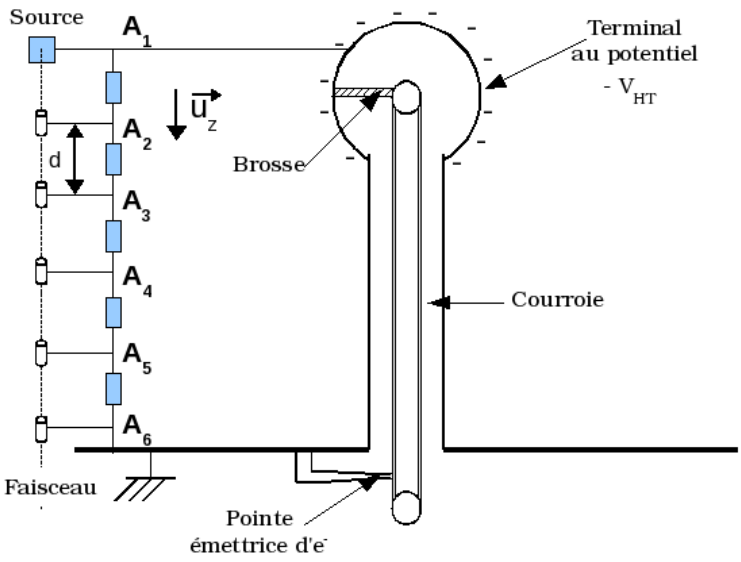

FIG. III.2 –

Historiquement, l'accélérateur de VAN DE GRAAFF est un des premiers à avoir été utilisé.

Le générateur de VAN DE GRAAFF constitue la partie droite du schéma présenté ci-contre (figure III.2).

Des électrons sont arrachés à la pointe par la courroie et transportés jusqu'à la brosse, ils sont ensuite accumulés au niveau du terminal.

Un système de cinq résistances (toutes égales à R) relie le terminal à la pointe. On choisit le potentiel nul au niveau de la pointe. Soit $V = -V_{HT}$ le potentiel du terminal, c'est également le potentiel de la source : $V_{A1} = -V_{HT}$.

L'accélérateur est situé sur la gauche du schéma. Au niveau de la source, des électrons sont produits et ont le potentiel V_{A1}. Ils sont accélérés en direction du tube cylindrique creux porté au potentiel V_{A2}, puis vers les différents tubes portés aux potentiels V_{Ai} pour i entier $\in \{3..6\}$. On note d la distance entre chaque tube. On supposera que la longueur d'un tube est négligeable devant d.

Soit $\overrightarrow{u}_z$ un vecteur unitaire orienté de A_1 vers A_2.

◦ **32** ◦ Expérience

32 - a) Décrire une expérience simple illustrant l'apparition de charges sur un isolant.

32 - b) Comment mettre en évidence expérimentalement la répulsion entre charges de même signe ?

◦ **33** ◦ Accélérateur de VAN DE GRAAFF

33 - a) Exprimer les valeurs des potentiels électriques aux points A_6, A_5, A_4, A_3, A_2 et A_1.

33 - b) On note d la distance entre deux points successifs (voir figure III.2) et on admet que le champ électrique est uniforme. Exprimer le champ électrique $\overrightarrow{E}$ en fonction de V_{HT}, d et de $\overrightarrow{u}_z$.

◦ **34** ◦ Les électrons (de charge $-e$, masse m) sont produits au niveau de la source sans vitesse initiale.

34 - a) Exprimer leur énergie cinétique E_{ci} dans le tube relié au point A_i en fonction de i, de e et de V_{HT} pour $i \in \{1..6\}$.

34 - b) Calculer l'énergie cinétique en eV d'un électron en A_6, avec $V_{HT} = 100.10^3$ V.

34 - c) Pourquoi ce type de générateur, est-il dangereux si l'on cherche à obtenir des énergies cinétiques importantes ?

III - B Accélérateur linéaire de protons de Wilderöe

Pour atteindre des tensions supérieures, on utilise des accélérateurs linéaires fonctionnant avec un générateur sinusoïdal à haute fréquence (HF).

Les particules accélérées sont maintenant des protons.

Les protons produits au niveau de la source, traversent des tubes de cuivre reliés à l'une ou à l'autre des bornes du générateur représenté sur la figure III.3.

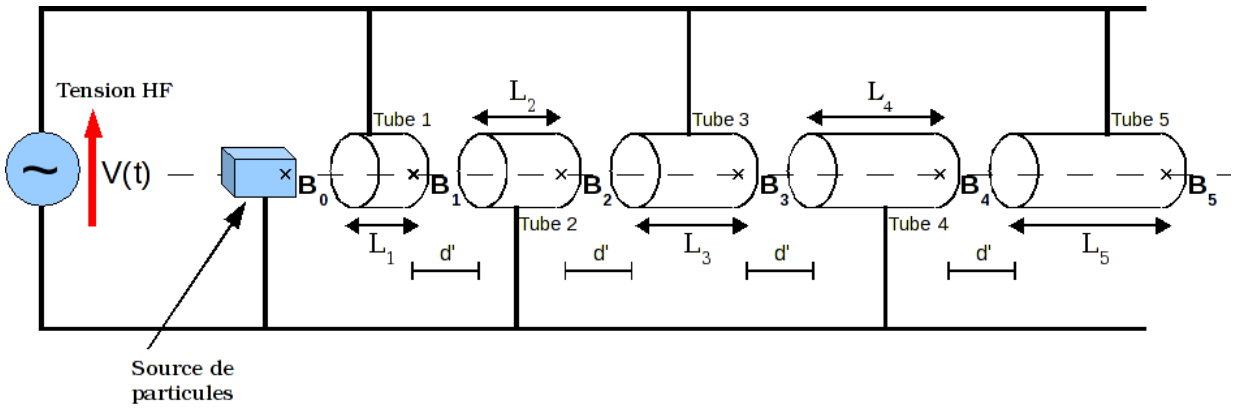

FIG. III.3 – Accélérateur de WILDERÖE

La tension délivrée par le générateur est :

$$V(t) = -V_{\max} \sin(\omega t + \phi)$$

avec $V_{\max}$ positif et $0 < \phi < 2\pi$.

On note T la période du signal.

Les tubes sont distants de d'. A l'intérieur de chaque tube, le champ électrique est nul ; il est uniforme entre deux tubes consécutifs. On supposera que d' est suffisamment faible, pour que l'on puisse considérer que le proton voit un champ électrique indépendant du temps, entre deux tubes consécutifs.

Le point B_0 est placé à la sortie de la source, les différents points B_i sont placés à la sortie des tubes i pour $i \in \{1..5\}$. On note L_i la longueur du tube i.

Les seules forces considérées sont les forces électriques. L'étude est faite dans le cadre de la mécanique classique.

◦ **35** ◦ Variations temporelles

35 - a) Exprimer T en fonction de ω.

35 - b) Représenter, sur votre copie, les vecteurs champs électriques, à la date $t = 0$, aux points B_0, B_1, B_2, B_3, B_4 et B_5. Pour le dessin on prendra $0 < \phi < \pi$.

35 - c) Même question à la date $t = \frac{T}{2}$.

◦ **36** ◦ Condition d'accélération

On note v_i la vitesse au point B_i pour $i \in \{1..5\}$.

36 - a) A quelle condition, les protons sont-ils toujours accélérés ?

36 - b) Si cette condition est respectée, représenter en fonction du temps l'allure de la vitesse des protons entre les points B_0 et B_5.

36 - c) Les tubes ont-ils tous la même longueur, pour une accélération optimale ?

∘ **37** ∘ On s'intéresse à un proton, placé en B_0 sans vitesse initiale à $t = 0$. Le générateur est synchronisé avec le mouvement de la particule pour l'accélérer à chaque point B_i.

37 - a) On supposera que d' est suffisamment faible, pour que l'on puisse négliger la durée de chaque phase d'accélération devant la durée du parcours dans les tubes. Exprimer L_i en fonction de v_i et T.

37 - b) Pour quelles valeurs de ϕ, le proton est-il effectivement accéléré ?

37 - c) Exprimer l'énergie cinétique E_c de la particule en B_i en fonction de m_p, L_i et T.

37 - d) Pour une vitesse proche de c, et une fréquence du GBF égale à 10 MHz, calculer la longueur d'un tube.

37 - e) Expliquer pourquoi ce type d'accélérateur provoque un regroupement des particules en paquets.

III - C Cavités résonnantes

Pour atteindre des énergies supérieures, en gardant une longueur de tubes raisonnable, il faut augmenter la fréquence du générateur.

A haute fréquence, les tubes se comportent comme des antennes dipolaires et rayonnent énormément d'énergie. La solution, pour éviter ces pertes, consiste à enfermer les tubes dans une cavité résonnante dont les parois réfléchissent le rayonnement.

Les cavités, pour les ondes radio-fréquences (RF), peuvent être modélisées par un circuit électrique simple. L'excitation est modélisée par un générateur idéal de tension. On se place en régime sinusoïdal forcé à la pulsation ω et on adopte la notation complexe :

$$u(t) = \mathcal{R}e\left[\underline{u}(t)\right] \text{ et } \underline{u}(t) = U_m \exp(j\omega t)$$

avec $j^2 = -1$ et $\mathcal{R}e\left[\underline{u}(t)\right]$ désigne la partie réelle du nombre complexe $\underline{u}(t)$.

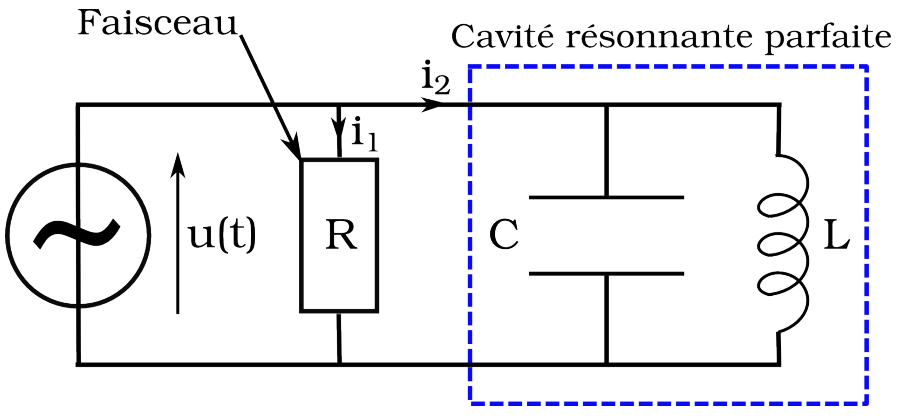

FIG. III.4 – Modélisation électrique d'un faisceau dans une cavité parfaite

◦ **38** ◦ Modèle électrique d'une cavité parfaite

Une cavité parfaite peut être modélisée par un condensateur de capacité C mis en parallèle avec une bobine d'inductance L. Le faisceau est modélisé par une résistance de charge R (figure III.4).

38 - a) Donner l'impédance complexe équivalente de la cavité résonnante parfaite.

38 - b) Donner les expressions réelles du courant $i_1(t)$ traversant la résistance R et $i_2(t)$ traversant la cavité, en fonction de U_m, R, L, C, ω et t.

38 - c) Pour quelle valeur particulière ω_0 de ω, $i_2(t)$ est-il nul ?

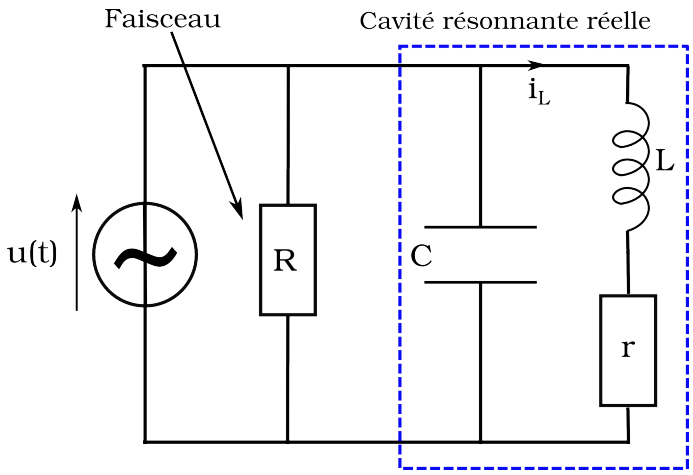

FIG. III.5 – Modélisation électrique d'un faisceau dans une cavité réelle

◦ **39** ◦ Modèle électrique d'une cavité réelle

Dans une cavité réelle, les courants surfaciques sur les bords de la cavité induisent des pertes. On modélise ces pertes par une résistance r placée en série avec la bobine.

Dans la suite on note $x = \frac{\omega}{\omega_0}$ où ω_0 a été définie à la question précédente.

39 - a) Calculer l'impédance complexe équivalente $\underline{Z}$ de la cavité résonante réelle.

39 - b) Montrer que le module au carré de cette impédance peut s'écrire sous la forme :

$$|\underline{Z}|^2 = r^2 \frac{1 + Q^2 x^2}{(1 - x^2)^2 + \frac{x^2}{Q^2}}$$

On exprimera Q en fonction de L, ω_0 et r.

39 - c) Soit $i_L(t) = I_0 \cos(\omega t + \alpha)$ le courant circulant dans la branche contenant la bobine et la résistance r. Exprimer I_0 , $\tan\alpha$ et $\sin\alpha$ en fonction de L, U_m, ω et r.

39 - d) Dans la suite de l'énoncé, on se place dans une situation où $L\omega \gg r$. Que vaut alors α ? Que peut-on alors dire du courant circulant dans la bobine et de la tension aux bornes du condensateur ?

39 - e) On suppose que $\omega = \omega_0$. En déduire une expression de l'énergie U totale stockée dans la cavité résonnante en fonction de L et I_0.

39 - f) Exprimer la puissance moyenne $\mathcal{P}$ dissipée dans r. Montrer que l'on trouve la relation suivante :

$$Q = \frac{\omega_0 U}{\mathcal{P}}$$

39 - g) Lorsque la cavité est à température ambiante, le facteur de qualité vaut $Q = 3,00.10^4$. A la température de 4 K, $Q = 10^{10}$ et la puissance dissipée vaut 16 W.

Que vaudrait la puissance dissipée dans une cavité fonctionnant à température ambiante et ayant la même énergie stockée ? Justifier alors l'intérêt d'utiliser des cavités supraconductrices.

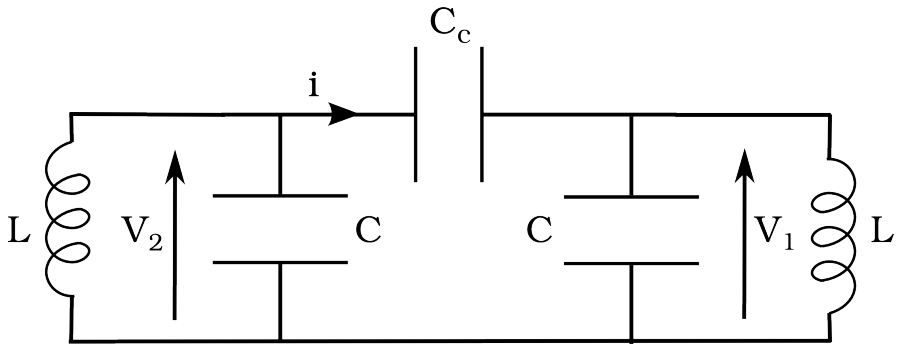

FIG. III.6 – Modèle électrique pour deux cavités idéales couplées

◦ **40** ◦ Modèle électrique pour deux cavités idéales couplées

Dans la partie III - B, on a vu qu'il était nécessaire d'avoir plusieurs tubes successifs, pour n'utiliser qu'une seule source de haute fréquence, il paraît judicieux de coupler les différentes cavités.

On considère deux cavités idéales identiques couplées par un condensateur C_c. On note V_1 et V_2 les tensions aux bornes des condensateurs, avec la convention décrite sur la figure III.6.

On pose :

$$D = \frac{C_c}{C}, \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{et} \quad x = \frac{\omega}{\omega_0}$$

40 - a) Soit i l'intensité du courant dans la branche du condensateur C_c. Exprimer i en fonction de C_c, $\dfrac{\mathrm{d}V_1}{\mathrm{d}t}$ et $\dfrac{\mathrm{d}V_2}{\mathrm{d}t}$.

40 - b) En déduire le système d'équations différentielles couplées vérifiées par V_1 et V_2.

40 - c) En régime sinusoïdal forcé, montrer que le système d'équation revient à résoudre :

$$\left(1 - (1+D)\,x^2\right)^2 - D^2 x^4 = 0$$

40 - d) Trouver les deux pulsations propres et commenter.

40 - e) Si le système comprend N cavités couplées, combien trouvera-t-on de modes propres ?

◦ **41** ◦ On étudie une cavité, fonctionnant avec une source radio-fréquence délivrant la tension :

$$V(t) = -V_{\max} \sin\left(2\pi f_{RF} t + \phi\right)$$

On prendra les valeurs numériques suivantes :

fréquence $f_{RF} = 700$ MHz et $V_{\max} = 1,00.10^6$ V.

41 - a) Calculer la période du champ radio-fréquence.

41 - b) En vous inspirant des résultats de la partie III - B, calculer la longueur d'un tube L_i pour une vitesse $v_i = 0,65\ c$.

Dans le cas des cavités, la longueur d'un tube correspond à la distance entre deux cellules. Sur la figure III.1 est représenté un exemple de ce type de cavité. Cette grandeur est indépendante de i et sera notée L_{cellule}.

41 - c) On admet que, dans une cavité, une particule entrant avec un déphasage ϕ par rapport au champ électrique subit le même champ E tout au long de son déplacement ; on a

$$E = \frac{V_{max} \sin \phi}{L_{\text{cellule}}}$$

Montrer que l'énergie acquise par la particule dans la cavité est alors

$$\Delta U_a = N_{cell} e V_{\max} \sin \phi$$

où N_{cell} est le nombre de cellules de la cavité.

41 - d) Calculer ΔU_a pour $N_{cell} = 5$, $\phi = \frac{\pi}{2}$ et l'exprimer en MeV.