

# Corrigé de la composition de physique du CAPES de sciences physiques année 2013

Ce corrigé est proposé par Martin Vérot. Si vous voyez des erreurs, envoyez un mail à [agregationchimie#free.fr](mailto:agregationchimie#free.fr) avec un # à la place du #. J'essaierai de les corriger le plus vite possible. Merci à Benoît Bertuzzi de m'avoir signalé des erreurs de signe question C.I.19.d et suivantes.

Cette correction est mise à disposition selon les termes de la Licence Creative Commons Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale - Pas de Modification 3.0 non transposé.

## A. Énergie : production et consommation

### A.I. Les unités d'énergie

A.I.1. Le plus simple est de partir de l'expression de l'énergie cinétique :

$$[E] = \left[ \frac{1}{2}mv^2 \right] = \text{ML}^2\text{T}^{-2}$$

Cela correspond à des  $\text{kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{s}^{-2}$ .

#### A.I.2.

A.I.2.a.  $1 \text{ W} = 1 \text{ J}\cdot\text{s}^{-1}$  on en déduit :

$$1 \text{ kWh} = 1000 \times 1 \times 3600 = 3,6 \cdot 10^6 \text{ J}$$

#### A.I.2.b.

$$1 \text{ tep} = \frac{41,9 \cdot 10^9}{3,6 \cdot 10^6} = 11,6 \cdot 10^3 \text{ kWh}$$

A.I.2.c. On utilise l'électron volt (eV) en mécanique quantique et en physique des particules, le nombre d'onde ( $\text{cm}^{-1}$ ) en spectroscopie infrarouge et rotationnelle, les Hertz (Hz) en spectroscopie RMN.

### A.II. Énergie primaire, énergie finale

A.II.3. La production de 1000 kWh équivaut à la production de 0,086 tep d'énergie finale. Le rendement se calcule de la manière suivante :  $\rho = \frac{E_{\text{finale}}}{E_{\text{initiale}}}$

Type	hydraulique	nucléaire	géothermique
Rendement	$\rho = \frac{0,086}{0,087} = 99\%$	33%	10%

On peut retenir que le rendement du système hydraulique est proche de 1, celui du système nucléaire proche de 1/3 et celui des centrales géothermique proche de 1/10.

#### A.II.4.

- A.II.4.a.** Les énergies fossiles réunissent les trois premières lignes du tableau ; elles totalisent 88% du total.
- A.II.4.b.** Les énergies renouvelables sont celles qui ne consomment pas de ressources chimiques, comme il n'y a pas consommation de réactif, elles sont renouvelables. Elles représentent un peu moins de 7% de la production globale (hydraulique, éolien, solaire).

## B. L'énergie contenue dans divers systèmes physiques

### B.I. En mécanique classique du point : énergies potentielle, énergie cinétique

#### B.I.5.

- B.I.5.a.** Un référentiel galiléen est un référentiel pour lequel la première loi de Newton est vérifiée. Le référentiel héliocentrique (ou de Kepler) est une bonne approximation d'un référentiel galiléen, il a pour origine le centre du soleil et les axes sont définis par la position d'objets célestes lointains. (212 objets différents, surtout des quasars) Il y a aussi les référentiels géocentriques et de Copernic. Un référentiel quelconque attaché à un train en phase d'accélération ou de décélération est un référentiel non galiléen.
- B.I.5.b.** Galilée a vécu de la fin du XVI<sup>e</sup> au début du XVII<sup>e</sup>. La relativité galiléenne correspond au principe d'inertie. « Les lois de la physique sont identiques dans des référentiels inertiels. »
- B.I.5.c.** Le théorème de l'énergie cinétique permet d'établir une loi de conservation à partir du principe fondamental de la dynamique (PFD).

$$\sum \vec{F} = m \frac{d \vec{v}}{d t}$$

Puis on calcule le travail infinitésimal des forces :

$$\delta W = \sum \vec{F} \cdot \vec{v} dt = m \frac{d \vec{v}}{d t} \cdot \vec{v} dt$$

Que l'on intègre entre deux points A et B quelconques :

$$\int_A^B \sum \vec{F} \cdot \vec{v} dt = \int_A^B m \frac{d \vec{v}}{d t} \cdot \vec{v} dt$$

Ce qui donne (vu que  $\vec{v} \cdot d \vec{v}$  est une différentielle totale) :

$$W = \int_A^B m \frac{d \vec{v}}{d t} \cdot \vec{v} dt = \left[ \frac{1}{2} m v^2 \right]_A^B$$

qui fait apparaître l'énergie cinétique :  $E_c = \frac{1}{2} m v^2$ . Ce qui amène à l'énoncé du théorème de l'énergie cinétique pour un point dans un référentiel galiléen :

Dans un référentiel galiléen, pour un corps ponctuel de masse  $m$  parcourant un chemin reliant un point A à un point B, la variation d'énergie cinétique est égale à la somme des travaux  $W$  des forces qui s'exercent sur le point considéré.

**B.I.6.**

**B.I.6.a.** Il faut pour cela calculer le travail du poids.

$$\Delta E_p = \int -mg \vec{e}_z \cdot d \vec{\ell} = \int -mg dz$$

L'intégrale prise entre deux points A et B d'altitude  $z$  et  $z_0$  respectivement donne :

$$\Delta E_p = mg (z - z_0)$$

**B.I.6.b.** Le poids est une force conservative car la variation d'énergie potentielle de pesanteur est indépendante du chemin suivi pour aller d'un point A à un point B.

**B.I.7.**

**Q1.**

$$\vec{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{100.10^3 / 3600 - 0}{2,5} = 11,1 \text{ m.s}^{-2}$$

L'application du PFD indique que l'accélération devrait être égale à l'accélération de la pesanteur. Ici, elle est un peu plus élevée, c'est probablement dû aux arrondis effectués pour le marketing.

**Q2.** Il possède de l'énergie potentielle de pesanteur.

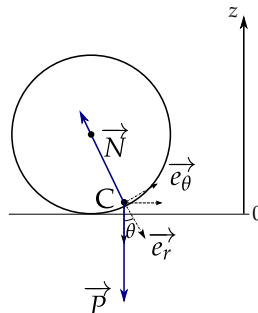
**Q3.** On utilise le théorème de l'énergie cinétique.

$$\frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = mgh$$

Comme  $v_A = 0$ , on en déduit :

$$v_B = \sqrt{2gh}$$

**Q4.** Si la force que rail exerce sur le chariot avait une composante selon  $\vec{e}_\theta$ , alors elle dissiperait de l'énergie puisqu'il y aurait un travail non nul, ce qui serait en contradiction avec l'hypothèse d'une liaison parfaite.



$\vec{P}$  est le poids et  $\vec{N}$  la réaction du rail.

- Q5.** On utilise la projection du second principe fondamental de la dynamique sur le vecteur  $\vec{e}_r$  dans le repère  $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$ . Comme ce référentiel est non galiléen, il faut inclure la force d'inertie qui est non nulle mais dont de nombreux termes se simplifient pour un mouvement circulaire.

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot \vec{e}_r = mg \cos \theta - N + m \frac{v^2}{R} = 0 \quad (1)$$

Le dernier terme est le seul restant dans l'expression des forces d'inertie.

*Remarque :* En coordonnées polaires :

$$\vec{v} = \dot{r} \vec{e}_r + r\dot{\theta} \vec{e}_\theta$$

et

$$\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2) \vec{e}_r + (2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta}) \vec{e}_\theta$$

On applique le théorème de l'énergie cinétique entre le point B et le point considéré d'altitude  $z$  :

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_B^2 = -mgz \quad (2)$$

L'altitude  $z$  du point s'exprime en fonction de  $\theta$  :

$$z = R(1 - \cos \theta)$$

On en déduit :

$$mv^2 = 2mg(h - R(1 - \cos \theta))$$

Si on reporte cette expression dans l'équation (1) :

$$N = \frac{2mg}{R}(h - R(1 - \cos \theta)) + mg \cos \theta = mg \left( 3 \cos \theta + 2 \left( \frac{h}{R} - 1 \right) \right)$$

- Q6.** Il faut que la valeur de  $N$  reste positive pour que le chariot reste en contact, ce qui implique :

$$3 \cos \theta + 2 \left( \frac{h}{R} - 1 \right) > 0 \quad \forall \theta \in [0, 2\pi[$$

En particulier, cette relation doit rester vraie pour  $\theta = \pi$  qui est le cas le plus défavorable.

$$2 \left( \frac{h}{R} - 1 \right) > 3 \Leftrightarrow \frac{h}{R} > \frac{5}{2}$$

- Q7.** Euler a travaillé en mécanique des fluides (équation d'Euler pour les fluides parfaits) ainsi qu'en astronomie. Euler a vécu de 1707 à 1783.
- Q8.** La courbe n° 4 est celle représentant  $N$  puisque c'est la seule exprimée en Newton. La courbe n° 3 est celle représentant l'énergie cinétique dont la valeur est nulle lorsque le chariot est en haut de la rampe. La courbe n° 2 est celle de l'énergie potentielle qui est minimale au point où la vitesse du chariot est maximale et la courbe n° 1 est l'énergie mécanique qui diminue lentement à cause des forces de frottement.

- Q9.** Pour calculer la hauteur initiale, on peut utiliser la courbe d'énergie potentielle :

$$E_{pp,\max} = mgh \approx 6,31 \text{ MJ}$$

On en déduit :

$$h = \frac{E_{pp,\max}}{mg} = \frac{6,31 \cdot 10^6}{10 \cdot 10^3 \times 9,81} = 64,3 \text{ m}$$

On utilise la courbe d'énergie cinétique pour calculer la vitesse maximale :

$$E_{c,\max} = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 = 5,53 \cdot 10^6 \text{ J}$$

On en déduit :

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{2E_{c,\max}}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 5,53 \cdot 10^6}{10 \cdot 10^3}} = 33,2 \text{ m.s}^{-1} = 120 \text{ km.h}^{-1}$$

Le critère pour effectuer un looping est vérifié :

$$\frac{h}{R} = \frac{64,3}{20} = 3,2 > 2,5$$

- Q10.** Le chariot quittera le rail dès que la réaction du support sera nulle, donc à environ 32 s. La courbe simulée après cette durée n'a plus de sens physique.
- Q11.** Le chariot aura effectué deux tours complets (on peut s'aider de la courbe d'énergie potentielle).
- Q12.** On observe une forte discontinuité de la réaction du rail, ce qui n'est pas possible puisque cela correspondrait à une accélération infinie sur un temps infinitésimal. Il faudrait améliorer la modélisation du système au moment entre la rampe de lancement et le looping pour enlever cette discontinuité.

## B.II. L'énergie qui nous vient du Soleil

### B.II.8.

**B.II.8.a.** L'onde est progressive elle se propage selon  $(Ox)$  vers les  $x$  croissants.

**B.II.8.b.**  $E_0$  est un champ électrique qui s'exprime en  $V.S^{-1}$ .

### B.II.9.

**B.II.9.a.**

$$\text{div}(\vec{B}) = 0 \quad (3)$$

$$\text{div}(\vec{E}) = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (4)$$

$$\text{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (5)$$

$$\text{rot}(\vec{B}) = \mu_0 \vec{j} + \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (6)$$

**B.II.9.b.** Ces équations ont été proposées sous une première forme en 1865 puis sous une autre forme en 1873.

**B.II.9.c.** Sans courant ni charge, les équations (6) et 4 deviennent :

$$\operatorname{div}(\vec{E}) = 0 \quad (7)$$

$$\operatorname{rot}(\vec{B}) = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (8)$$

On prend le rotationnel de l'équation (5), on utilise ensuite l'équation (8) :

$$\operatorname{rot}(\operatorname{rot}(\vec{E})) = -\frac{\partial \operatorname{rot}(\vec{B})}{\partial t} = -\epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

De même en utilisant l'équation (7) :

$$\operatorname{rot}(\operatorname{rot}(\vec{E})) = \operatorname{grad}(\operatorname{div}(\vec{E})) - \Delta \vec{E} = -\Delta \vec{E}$$

L'identification donne le résultat souhaité :

$$\Delta \vec{E} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

**B.II.9.d.**

$$\Delta \vec{E}(x, t) = \frac{\omega^2}{c^2} \vec{E}(x, t)$$

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \omega^2 \vec{E}(x, t)$$

On en déduit  $1 = c^2 \epsilon_0 \mu_0$

**B.II.9.e.** Il s'agit de l'expérience de Fizeau : la lumière passe à travers une roue dentée et se réfléchit sur un miroir, pendant le temps nécessaire pour effectuer l'aller/retour, la roue tourne. En ajustant la vitesse de rotation de la roue, on peut ainsi avoir une extinction complète qui permet de mesurer la durée de l'aller retour jusqu'au miroir. Cette expérience a été effectuée en 1849.

**B.II.9.f.** Comme la vitesse de la lumière et la seconde ont été fixées, le mètre est une unité qui découle de ces deux définitions.

**B.II.10.**

**B.II.10.a.** En coordonnées cartésiennes, l'opérateur rotationnel s'écrit :

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ E_0 \cos\left(\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right) \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{\omega}{c} E_0 \sin\left(\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right) \end{pmatrix}$$

On utilise l'équation (5) pour en déduire :

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\frac{\omega}{c} E_0 \sin\left(\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right)$$

D'où :

$$\vec{B}(M, t) = \vec{B}(x, t) = \frac{E_0}{c} \cos\left(\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right) \vec{e}_z$$

*Remarque* : On a choisi une phase nulle lors de l'intégration.

**B.II.10.b.** Le champ magnétique s'exprime en Tesla (T).

**B.II.11.**

**B.II.11.a.** La densité volumique d'énergie électrostatique s'écrit sous la forme :

$$\rho_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

on en déduit pour l'analyse dimensionnelle :

$$[\epsilon_0 E^2] = \left[ \frac{\text{énergie}}{L^3} \right]$$

Les questions B.II.9.d et B.II.10.a permettent de déduire la dimension de  $\vec{\Pi}$  :

$$\begin{aligned} [\Pi] &= \frac{[E] \times [B]}{[\mu_0]} \stackrel{\text{qu. B.II.10.a}}{=} \frac{[E]^2}{[\mu_0 \times c]} \stackrel{\text{qu. B.II.9.d}}{=} [\epsilon_0 E^2] \times [c] \\ &= \left[ \frac{\text{énergie}}{L^3} \right] L T^{-1} = [\text{énergie}] \times T^{-1} \times \frac{1}{L^2} \end{aligned}$$

Ce qui correspond à des  $W.m^{-2}$ .

**B.II.11.b.**

$$\vec{\Pi} = \frac{E \wedge B}{\mu_0} = \frac{E_0^2}{c\mu_0} \cos^2\left(\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right) \vec{e}_x$$

Ce vecteur se propage selon la direction de propagation de l'onde. Même si les champs  $\vec{E}$  et  $\vec{B}$  sont des ondes transversales, l'énergie se propage selon la direction de propagation.

**B.II.11.c.**

$$\langle \vec{\Pi} \rangle = \frac{E_0^2}{2c\mu_0} \vec{e}_x$$

**B.II.11.d.** Pour un mètre carré :

$$P_{0,\text{soleil}} = \frac{E_0^2}{2c\mu_0}$$

donc

$$E_0 = \sqrt{P_{0,\text{soleil}} \times 2c\mu_0} = \sqrt{1000 \times 2 \times 3,0 \cdot 10^8 \times 4\pi \cdot 10^{-7}} = 3,7 \cdot 10^2 \text{ V.m}^{-1}$$

**B.II.12. Texte 2** : La puissance reçue  $P_1$  est de  $10 \text{ W.m}^2$ . **Document n° 1** : Le capteur a une surface  $S$  de  $243 \text{ mm}^2$ . **Document n° 1** : L'énergie reçue par le capteur pour une obturation de  $t = 1/2500 \text{ s}$  :

$$E_{\text{capteur}} = \mathcal{P}_1 \times S \times t = \frac{10 \times 243 \cdot 10^{-6}}{2500} \approx 10^{-6} \text{ J}$$

L'énergie moyenne d'un photon vaut :

$$E_{\text{photon}} = hv = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \times 3,0 \cdot 10^8}{500 \cdot 10^{-9}} = 3,9 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Le nombre de photons reçus par le capteur est de :

$$N = \frac{E_{\text{capteur}}}{E_{\text{photon}}} = \frac{10^{-6}}{3,9 \cdot 10^{-19}} = 25 \cdot 10^{11}$$

Il y a 12 millions de pixels (**Document n° 1**), chaque capteur reçoit donc environ :  $N' = \frac{N}{12 \cdot 10^6} \approx 200\,000$  photons.

### B.III. En physique nucléaire, l'énergie contenue dans la matière

#### B.III.13.

##### B.III.13.a. Relation de Louis de Broglie

###### B.III.13.a.i.

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

B.III.13.a.ii. Cette relation date de 1924.

B.III.13.a.iii. Cette relation permet de faire le lien pour la dualité onde-corpuscule de la matière. Pour illustrer le comportement ondulatoire de la matière avec la diffraction des électrons par des fentes d'Young.

##### B.III.13.b.

###### B.III.13.b.i.

$$\mathcal{E}_c = \frac{p^2}{2m_n} \iff p = \sqrt{2m_n \mathcal{E}_c}$$

D'où la relation :

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_n \mathcal{E}_c}}$$

###### B.III.13.b.ii.

$$m_n = \frac{939 \cdot 10^6 \times 1,6 \cdot 10^{-19}}{(3,00 \cdot 10^8)^2} = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{h}{\sqrt{2m_n \mathcal{E}_c}} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{2 \times 1,67 \cdot 10^{-27} \times 10 \cdot 10^6 \times 1,6 \cdot 10^{-19}}} \\ &= 9,06 \cdot 10^{-15} \text{ m} \end{aligned}$$

La longueur d'onde associée au neutron est celle des rayons gamma.

###### B.III.13.b.iii.

$$\begin{aligned} v_{\text{neutron}} &= \sqrt{\frac{2\mathcal{E}_c}{m_n}} = \sqrt{\frac{2 \times 1,6 \cdot 10^{-12}}{1,67 \cdot 10^{-27}}} = 4,38 \cdot 10^7 \text{ m.s}^{-1} \\ \frac{v_{\text{neutron}}}{c} &= 14,6\% \end{aligned}$$

On peut considérer le mouvement comme non relativiste.



**B.III.14.**

- B.III.14.a.** Il y a  $Z$  protons,  $Z$  électrons et  $A - Z$  neutrons.
- B.III.14.b.** Le volume de l'atome varie en  $A^{\frac{1}{3}}$  car les nucléons forment un assemblage tridimensionnel. De même  $R_0$  est proche du rayon du noyau d'hydrogène.
- B.III.14.c.** Il s'agit de l'expérience de Rutherford qui a mesuré la rétrodiffusion d'atomes d'héliums bombardant une feuille d'or. Cette expérience a été menée en 1909.
- B.III.14.d.** Un atome a un rayon de l'ordre de  $10^{-11}$  m.

**B.III.15.****B.III.15.a.**

$$E = mc^2$$

- B.III.15.b.** La différence entre les deux est liée au défaut de masse qui est dû à l'interaction forte.

**B.III.16.**

- B.III.16.a.**  $a_1$  et  $a_2$  sont des coefficients sans dimension égaux à 1.
- B.III.16.b.** C'est le terme 5 qui est positif à cause de la répulsion proton-proton et qui est aussi lié au rayon atomique en  $A^{\frac{1}{3}}$ .
- B.III.16.c.** Le terme 4 est proportionnel à la surface de la goutte (en  $A^{\frac{2}{3}}$ ) il est positif car les nucléons en surface ont moins de voisins (« tension de surface »). Le terme 3 est le terme de volume.
- B.III.16.d.**
- B.III.16.d.i.** Il s'agit de la courbe d'Aston. Elle a été tracée avec un spectromètre de masse.
- B.III.16.d.ii.** L'énergie de liaison est d'environ 7,6 MeV.
- B.III.16.d.iii.** L'énergie de liaison totale pour un noyau d'uranium est égale à :

$$\Delta E_{92}^{235}\text{U} = 235 \times 7,6 = 1786 \text{ MeV}$$

Le défaut de masse correspondant à une mole d'atomes :

$$\Delta M = \Delta E_{92}^{235}\text{U} \times N_A = 1786.10^6 \times \frac{1,6.10^{-19}}{(3,00.10^8)^2} \times 6,02.10^{23} = 1,91.10^{-3} \text{ kg.mol}^{-1}$$

La masse des protons et des neutrons isolés  $M_{\text{nucléons}, 92}^{235}\text{U}$  est de  $236,9 \text{ g.mol}^{-1}$ . En corrigeant du défaut de masse, on retrouve bien les  $235 \text{ g.mol}^{-1}$  constatés expérimentalement.

**B.III.17.**

- B.III.17.a.** Lors de la fission, on se décale sur la gauche de la courbe vers une énergie de liaison plus élevée donc un défaut de masse plus important. L'énergie produite est ainsi libérée sous forme d'énergie cinétique.

- B.III.17.b.** En considérant que la fission génère deux produits de fission de même  $A$ , l'énergie de liaison des produits est de l'ordre de 8,5 MeV. L'ordre de grandeur de l'énergie libérée est alors :  $\Delta E_{\text{libéré}} = 2 \times 8,5 \times \frac{235}{2} - 7,6 \times 235 = 211,5$  MeV. On retrouve l'ordre de grandeur annoncé.

*Remarque :* En pratique, la fission de l'uranium 235 produit du krypton ( ${}^{93}_{36}\text{Kr}$ ) et du baryum ( ${}^{140}_{56}\text{Kr}$ ) ou du strontium ( ${}^{94}_{38}\text{Sr}$ ) et du xénon ( ${}^{140}_{54}\text{Xe}$ )

## C. La conversion d'énergie

### C.I. Conversion d'énergie mécanique en énergie électrique

- C.I.18.** Il indique les éléments majoritaires pour former l'aimant : le néodyme, le fer et le bore.

**C.I.19.**

**C.I.19.a.**

**C.I.19.a.i.**

$$\phi(t) = \iint_{\Sigma} \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

avec  $\Sigma$  la surface s'appuyant sur le contour fermé défini par le fil et  $d\vec{S}$  le vecteur normal à cette surface.

- C.I.19.a.ii.** La force électromotrice  $e(t)$  mesurée en convention générateur d'un circuit fermé soumis à un flux magnétique  $\phi(t)$  est égal à :

$$e(t) = -\frac{d\phi}{dt}$$

- C.I.19.b.** Cette orientation respecte la règle du tire-bouchon, de la main droite ou du bonhomme d'Ampère.

**C.I.19.c.**

$$\phi_1(t) = \phi_0 \cos(\theta(t))$$

$$\phi_2(t) = \phi_0 \sin(\theta(t))$$

- C.I.19.d.** On en déduit :

$$e_1(t) = \phi_0 \sin(\theta(t)) \frac{d\theta}{dt} = \phi_0 \sin(\Omega t) \Omega$$

$$e_2(t) = -\phi_0 \Omega \cos(\Omega t)$$

**C.I.20.**

- C.I.20.a.** Les deux bobines sont branchées en série, donc leurs résistances et inductances propres s'additionnent. De même, le flux magnétique engendre une force électromotrice dans le circuit.

C.I.20.b.

$$e_i(t) = (2r + R_c) i_i(t) + 2L \frac{d i_i}{d t} \quad i = 1, 2$$

C.I.20.c.

$$\underline{E}_1(t) = \phi_0 \Omega \exp \left( j \left( \Omega t - \frac{\pi}{2} \right) \right) = (2r + R_c) \underline{I}_1(t) + 2jL\Omega \underline{I}_1(t)$$

On en déduit :

$$\underline{I}_1 = \frac{-j\phi_0 \Omega}{(2r + R_c) + 2jL\Omega}$$

Par analogie, on déduit :

$$\underline{I}_2 = \frac{-\phi_0 \Omega}{(2r + R_c) + 2jL\Omega}$$

C.I.20.d.

C.I.20.d.i. Les deux intensités diffèrent uniquement du facteur de phase.  $i_2$  est en avance par rapport à  $i_1$  de  $\pi/2$  donc la courbe (a) correspond à  $i_1(t)$  et la courbe (b) correspond à  $i_2(t)$ .

C.I.20.d.ii.  $i_1(t)$  est en retard par rapport à  $i_2(t)$ .

C.I.20.d.iii. La période est de 0,4 s, ce qui correspond à  $150 \text{ tr. min}^{-1}$ . L'éolienne fonctionne en régime optimal.

C.I.20.e.

$$P_{c1} = R_c \langle i_1^2(t) \rangle = R_c \frac{(\phi_0 \Omega)^2}{(2r + R_c)^2 + (2L\Omega)^2}$$

C.I.21.

C.I.21.a. En régime permanent, le moment cinétique est conservé donc :

$$\Gamma + \Gamma_m - \Gamma_f = 0$$

C.I.21.b.

C.I.21.b.i. En utilisant l'égalité et la relation donnée :

$$\begin{aligned} -\Gamma \Omega &= \langle e_1(t) \times i_1(t) + e_2(t) \times i_2(t) \rangle \\ \Gamma_m \Omega - \Gamma_f \Omega &= \langle e_1(t) \times i_1(t) + e_2(t) \times i_2(t) \rangle \\ \Gamma_m \Omega - \Gamma_f \Omega &= P_{c1} + P_{c2} + P_{\text{Joule}} \\ \iff \Gamma_m \Omega &= \Gamma_f \Omega + P_{c1} + P_{c2} + P_{\text{Joule}} \end{aligned}$$

Le terme de droite correspond à l'énergie électrique qui est dissipée soit dans les résistances, soit dans la charge.

C.I.21.b.ii. Cette relation traduit la conservation de l'énergie électromécanique, la puissance motrice de l'éolienne est dissipée sous forme de frottements ou par effet joule ainsi que la puissance fournie aux charges.

## C.II. Conversion d'énergie interne en énergie mécanique

C.II.22.

C.II.22.a.

$$h = u + \frac{P}{\mu}$$

$h$  s'exprime en  $\text{J.kg}^{-1}$

C.II.22.b.

$$h = xh_v(T) + (1-x)h_l(T)$$

C.II.23.

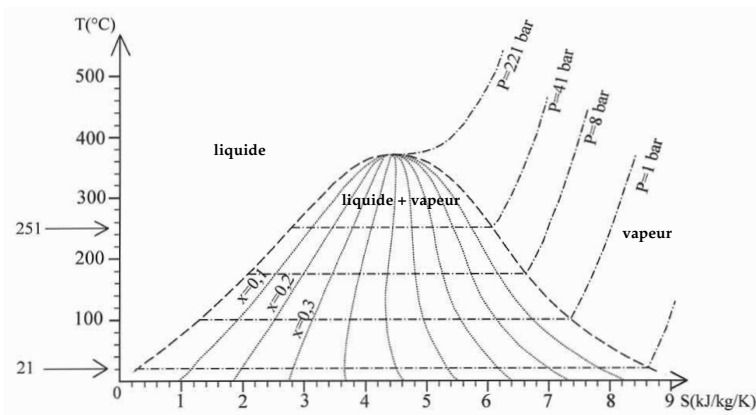
C.II.23.a. Si l'évolution est adiabatique :  $q_{\text{th}} = 0$ . La différence correspond alors au travail utile reçu.

C.II.23.b. S'il n'y a pas d'échange de travail utile,  $w_u = 0$ , la différence correspond alors à la chaleur massique échangée.

C.II.24.

C.II.24.a.

C.II.24.a.i.



Les zones de forte entropie correspondent à la présence de vapeur.

C.II.24.a.ii. Lors de la coexistence du liquide et de la vapeur, l'égalité des potentiels chimiques réduit la variance.

$$v = c + 2 - \phi = 1 + 2 - 2 = 1$$

Comme la pression est également fixée, la température devient imposée.

C.II.24.b.

$$s = xs_v(T) + (1-x)s_l(T)$$

C.II.24.c. Dans ce cas :  $q_{\text{th}} = T(s_v(T) - s_l(T))$ .

On a donc :

$$h_v(T) - h_l(T) = T(s_v(T) - s_l(T))$$

C.II.25.

C.II.25.a.

$$s_l(T) = s_v - \frac{h_v(T) - h_l(T)}{T} = 8,65 - \frac{2540 - 87,5}{21 + 273,15} = 0,31 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$$

Cette grandeur correspond à la valeur indiquée sur la courbe à l'intersection de la courbe d'ébullition et de la courbe présentant un palier à 21 °C.

**C.II.25.b.** La ligne (III) correspond au point critique pour lequel on ne peut pas définir de capacité thermique. La ligne (IV) correspond à l'état supercritique, ce qui explique que l'on ne puisse donner des valeurs distinctes pour la vapeur et le liquide.

**C.II.26.**

**C.II.26.a.**

	état	$T$ (°C)	$P$ (bar)	$x$
A	l	251	40,3	0
B	v	251	40,3	1
C	l+v	21	$2,47 \cdot 10^{-2}$	0,7
D	l+v	21	$2,47 \cdot 10^{-2}$	0,3

**C.II.26.b.** Les points 1, 2, 3, 4 correspondent aux points B, C, D, A respectivement.

**C.II.26.c.** La phase motrice correspond au passage de 1 à 2 (B à C). Le système reçoit de la chaleur pendant le passage de 4 à 1 (A à B).

**C.II.26.d.**

**C.II.26.d.i.** L'aire du rectangle ABCD est égale à  $(T_A - T_D)(s_B - s_A)$ .

Sur un cycle, la variation d'énergie interne est nulle :

$$W + Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CD} + Q_{DA} = 0$$

Les transformations BC et DA sont adiabatiques :

$$Q_{DA} = Q_{BC} = 0$$

Les transformations AB et CD sont isobares, donc le travail associé à ces transformations est nul.

Les échanges thermiques lors des phases AB et CD valent :

$$Q_{AB} = T_A (s_B - s_A)$$

$$Q_{CD} = T_D (s_D - s_C)$$

On en déduit :

$$W = -Q_{AB} - Q_{CD} = -(T_A - T_D)(s_B - s_A)$$

Le travail utile reçu est égal à l'opposé du travail fourni par le fluide et vaut donc bien l'aire du rectangle ABCD.

**C.II.26.d.ii.**  $?? T_A (s_B - s_A)$

**C.II.26.d.iii.**

$$\eta = \frac{|W|}{Q_{AB}} = \frac{(T_A - T_D)(s_B - s_A)}{T_A (s_B - s_A)} = 1 - \frac{T_D}{T_A} = 1 - \frac{(21 + 273,15)}{(251 + 273,15)} = 0,44$$

avec  $T_{\max} = T_A$  et  $T_{\min} = T_D$ .

C.II.26.d.iv. Le cycle de Carnot est un cycle idéal, le rendement est donc maximal.

## D. Stockage d'énergie

D.27.

D.27.a. L'énergie est stockée sous forme d'énergie potentielle de pesanteur.

D.27.b.

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{\text{STEP}} &= mg\Delta z = 4 \times t Q_T \mu_0 \times g \Delta z \\ &= 4 \times 5 \times 3600 \times 100 \times 1000 \times 9,81 \times 225 = 1,59 \cdot 10^{13} \text{ J} \end{aligned}$$

Remarque : Le quatre vient du fait qu'il y ait 4 turbines.

D.27.c. Chaque turbine récupère une puissance :

$$P_{\text{turbine}} = \frac{\mathcal{E}_{\text{STEP}}}{4 \times t} = \frac{1,59 \cdot 10^{13}}{4 \times 5 \times 3600} = 220 \text{ MW}$$

Les turbines ne sont pas parfaites, la viscosité ou les frottements peuvent réduire le rendement.

D.28.

D.28.a.

$$4\mathcal{P}_0 = 4\mu_0 Q_0 g H_{\text{th}}$$

En régime stationnaire, la variation d'énergie potentielle de pesanteur de l'ensemble correspond au travail fourni par les turbines.

D.28.b. On a négligé les sources de dissipation donc  $H < H_{\text{th}}$ .

D.28.c.

$$4(\mathcal{P}_0 - \mathcal{P}_p) = 4\mu_0 Q_0 g H$$

On en déduit :

$$\frac{H}{H_{\text{th}}} = \frac{\mathcal{P}_0 - \mathcal{P}_p}{\mathcal{P}_0}$$

D.28.d.

D.28.d.i.

$$\eta = \frac{\mathcal{P}_0 - \mathcal{P}_p}{\mathcal{P}_0}$$

D.28.d.ii.

$$H_{\text{th}} = \frac{H}{\eta} = \frac{225}{0,95} = 236,8 \text{ m}$$

$$Q_0 = \frac{\mathcal{P}_0}{\mu_0 g H_{\text{th}}} = \frac{164 \cdot 10^6}{1000 \times 9,81 \times 236,8} = 70,6 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$$

D.29.

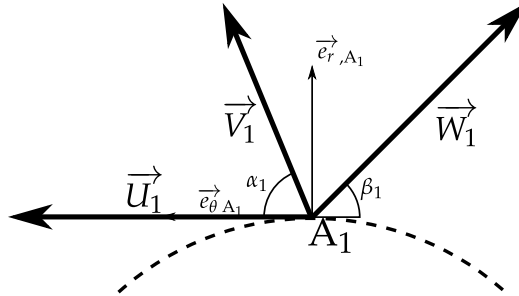
D.29.a. Le référentiel  $\mathcal{R}_r$  n'est pas galiléen car il est en rotation uniforme par rapport à  $\mathcal{R}_p$ .

D.29.b.

$$\begin{aligned}\vec{U}_1 &= \omega R_1 \vec{e}_\theta \\ \vec{U}_2 &= \omega R_2 \vec{e}_\theta\end{aligned}$$

D.29.c.

D.29.c.i.



D.29.c.ii.  $\vec{U}_1$  étant uniquement selon  $\vec{e}_\theta$ , la composante de  $\vec{V}_1$  selon  $\vec{e}_r$  provient uniquement de  $\vec{W}_1$ . D'où la relation :

$$V_1 \sin \alpha_1 = W_1 \sin \beta_1$$

De même, la projection sur  $\vec{e}_\theta$  donne :

$$V_1 \cos \alpha_1 = U_1 - W_1 \cos \beta_1$$

D.29.d. Le débit volumique est égal à :

$$\begin{aligned}q_1 &= \int_{\text{aube}} \vec{V}_1 \cdot \vec{d}\vec{S} = \int_{\text{aube}} \vec{V}_1 \cdot \vec{e}_r LR_1 d\theta \\ &= \int_0^{2\pi/N} V_1 \sin \alpha_1 LR_1 d\theta = \frac{2\pi R_1}{N} LV_1 \sin \alpha_1 \\ Q_1 &= Nq_1 = 2\pi R_1 LV_1 \sin \alpha_1\end{aligned}$$

D.29.e.

$$Q_2 = 2\pi R_2 LV_2 \sin \alpha_1$$

D.29.f. Comme  $\mathcal{R}_r$  est en rotation pure par rapport à  $\mathcal{R}_p$ , le produit scalaire  $\vec{V}_1 \cdot \vec{d}\vec{S}|_{\mathcal{R}_p}$  est égal à au produit scalaire  $\vec{W}_1 \cdot \vec{d}\vec{S}|_{\mathcal{R}_r}$ .

D.29.g. L'eau est considérée comme un fluide incompressible, il y a donc conservation du débit volumique.

D.29.h.

D.29.h.i.

$$V_1 = \frac{Q_0}{2\pi R_1 L \sin \alpha_1} = \frac{71}{2\pi \times 1,0 \times 0,20} = 56,5 \text{ m.s}^{-1}$$

D.29.h.ii.

$$\begin{aligned}W_1 &= \frac{V_1}{\sin \beta_1} = \frac{56,5}{\sin 1,2} = 60,6 \text{ m.s}^{-1} \\ U_1 &= V_1 \cos \alpha_1 + W_1 \cos \beta_1 = \omega R_1 \\ \omega &= \frac{W_1 \cos \beta_1}{R_1} = \frac{60,6 \times \cos 1,2}{1,0} = 22,0 \text{ rad.s}^{-1} = 210 \text{ tr.min}^{-1}\end{aligned}$$

D.29.h.iii.

$$U_2 = \omega R_2 = 22,0 \times \frac{1,0}{0,4} = 55 \text{ m.s}^{-1}$$

D.29.i.

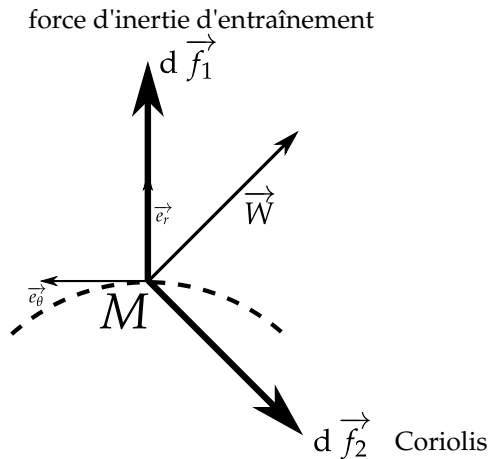
$$U_2 = V_2 \cos \alpha_2 + W_2 \cos \beta_2 = 46,3 \cos 0,51 + 26,9 \cos 1,0 = 54,9 \text{ m.s}^{-1}$$

Il y a un bon accord entre les deux valeurs calculées.

D.30.

D.30.a. La particule est soumise à la force d'inertie d'entraînement ( $d\vec{f}_1$ ) et à la force d'inertie de Coriolis ( $d\vec{f}_2$ ). L'action du poids a été négligée.

D.30.b.



La force de Coriolis est perpendiculaire à l'écoulement, elle n'agit donc pas sur celui-ci (son travail est nul). Comme seule la force centrifuge agit, on expulse l'eau avec cette pompe. D'où le nom de pompe centrifuge.

D.30.c. La relation de Bernoulli traduit la conservation de l'énergie le long de la ligne de courant allant d'un point 1 à un point 2.

D.30.d.

$$P_2 - P_1 = 1000 \times \frac{60,6^2 - 26,9^2 + 54,9^2 - 22,0^2}{2} = 2,74 \cdot 10^6 \text{ Pa} = 27,4 \text{ bar}$$

On peut voir l'effet Venturi, la vitesse diminue donc la pression augmente le long de la roue.

D.31.

$$\mathcal{P}_m = 71 \times 1000 \times \left( 54,9 \times 46,3 \times \cos 0,51 - 22,0 \times 56,5 \times \cos \frac{\pi}{2} \right) = 158 \text{ MW}$$

On trouve une valeur proche des 164 MW annoncés en mode de pompage.

FIN DE L'ÉPREUVE